

$$3. \int_{\theta=0}^{\theta=\pi} \int_{r=0}^{r=2} (r \sqrt{4-r^2}) dr d\theta$$

$$u = 4 - r^2 \quad du = -2r dr$$

$$= \int_{\theta=0}^{\theta=\pi} \int_{r=0}^{r=2} -\frac{1}{2} (-2r (4-r^2)^{\frac{1}{2}}) dr d\theta$$

$$= -\frac{1}{2} \int_{\theta=0}^{\theta=\pi} \int_{r=0}^{r=2} u^{\frac{1}{2}} du d\theta$$

$$= -\frac{1}{2} \int_{\theta=0}^{\theta=\pi} \left[ \frac{2}{3} u^{\frac{3}{2}} \right]_{r=0}^{r=2} d\theta$$

$$= -\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \int_{\theta=0}^{\theta=\pi} \left[ (4-r^2)^{\frac{3}{2}} \right]_{r=0}^{r=2} d\theta$$

$$= -\frac{1}{3} \int_{\theta=0}^{\theta=\pi} (4-2^2)^{\frac{3}{2}} - (4-0^2)^{\frac{3}{2}} d\theta$$

$$= -\frac{1}{3} \int_{\theta=0}^{\theta=\pi} -4^{\frac{3}{2}} d\theta$$

$$= -\frac{1}{3} \int_{\theta=0}^{\theta=\pi} -8 d\theta$$

$$= \frac{8}{3} \int_{\theta=0}^{\theta=\pi} d\theta$$

$$= \frac{8}{3} [A]_{\theta=0}^{\theta=\pi}$$

$$= \frac{8}{3} [\pi - 0]$$

$$= \frac{8\pi}{3}$$

$$4^{\frac{3}{2}}$$

$$= (4^{\frac{1}{2}})^3$$

$$= (\sqrt{4})^3$$

$$= 2^3$$

$$= 8$$